



به نام خدا

تکلیف سری 1 ریاضیات گسسته

مهلت ارسال: ۲۹ اسفند ۱۳۹۸

استاد: دکتر صفایی

سوال اول

الف) با استفاده از قوانین هم ارزی ثابت کنید:

$$p \rightarrow (q \vee r) \equiv (p \wedge \sim q) \rightarrow r \quad (\text{الف})$$

$$\sim [r \vee (q \wedge (\sim r \rightarrow \sim p))] \equiv \sim r \wedge (p \vee \sim q) \quad (\text{ب})$$

سوال دوم

الف) صورت نرمال فصلی اصلی و صورت نرمال عطفی اصلی (PCNF و PDNF) عبارت زیر را بنویسید:

$$(p \wedge q) \vee (\sim q \wedge p)$$

ب) عالم سخن را طوری تعیین کنید که گزاره‌های زیر درست باشند:

الف) به ازای تمام X ها، $X^2 < X$.

ب) X ای وجود دارد که از قدر مطلقش کوچکتر باشد.

سوال سوم

پس از نوشتن عبارات زیر بصورت نمادین نقیض عبارات زیر را بنویسید:

الف) بعضی از اعداد صحیح X مثبت‌اند و همه‌ی اعداد صحیح Y منفی‌اند.

ب) اجازه‌ی ورود داده نمی‌شود اگر کاربر یک رمز عبور معتبر وارد نکند یا به شبکه وصل نباشد.

سوال چهارم

با توجه به تعریف p ، q و r درست یا غلط بودن عبارات نوشته شده را اثبات کنید:

$$p(x): x^2 - 8x + 15 = 0$$

$$q(x): x \text{ is odd}$$

$$r(x): x > 0$$

$$\forall x [(p(x) \vee q(x)) \rightarrow r(x)]$$

$$\exists x [p(x) \rightarrow (q(x) \wedge r(x))]$$

سوال پنجم

ابتدا تعیین کنید که نتیجه استنتاج های زیر درست هستند یا نه و سپس هرکدام که درست بود را اثبات کنید (فقط با استفاده از قوانین اثبات) و برای هرکدام که غلط بود مثال نقض بیاورید.

$p \rightarrow q$	$(p \rightarrow q) \cap (r \rightarrow s)$	$p \rightarrow (q \rightarrow r)$
$q \rightarrow (r \wedge s)$	$(q \rightarrow t) \cap (s \rightarrow u)$	$p \vee s$
$\sim r \vee (\sim t \vee u)$	$\sim(t \cap u)$	$t \rightarrow q$
$\frac{p \wedge t}{\therefore u}$	$\frac{p \rightarrow r}{\therefore \sim p}$	$\frac{\neg s}{\therefore \neg r \rightarrow \neg t}$

سوال ششم

- الف) ثابت کنید مربع هر عدد صحیح فرد به شکل $8k+1$ است که در آن k عدد صحیح است.
 ب) فرض کنید سه عدد حقیقی داریم که هرکدام از آنها از کمتر مجموع دوتای دیگر است. ثابت کنید هر سه عدد مثبت اند.
 ج) فرض کنید N به صورت مجموع مربع دو عدد صحیح است. ثابت کنید $2N$ هم مجموع دو مربع است.

سوال هفتم

هر خانه از یک جدول $2n \times 2n$ با یکی از چهار رنگ موجود رنگ شده است. طوری که در هر مربع 2×2 هیچ دو خانه ای هم رنگ نیستند. ثابت کنید هیچ دوتا از چهار خانه واقع در گوشه های جدول نیز هم رنگ نیستند.

سوال هشتم

به کمک استقرای ریاضی ثابت کنید:
 $2^n < n!$ برای هر عدد طبیعی n که $n \geq 4$.

سوال نهم (امتیازی)

در جریان دزدی از کمد های دانشکده در نیمسال گذشته به پنج مظنون رسیدیم. هر یک از آنها ادعاهایی کرده اند. میدانیم دقیقا یکی از این افراد دزد هستند و همچنین هر فرد چه دزد چه غیر دزد، دو ادعای راست و یک دروغ مطرح کرده است. دزد کیست؟

- سپهر: (من دزد نیستم) (من هیچوقت دزدی نکرده ام) (محمدرضا دزد است)
 میلاد: (من دزد نیستم) (من حسام را نمیشناسم) (محمدرضا دزد است)
 حسام: (من دزد نیستم) (پویا دزد است) (میلاد من را نمیشناسد)
 محمدرضا: (من دزد نیستم) (حسام دزد است) (سپهر دروغ میگوید که من دزد هستم)
 پویا: (من دزد نیستم) (از نظر من کمد ها زیبا هستند) (حسام دزد را میشناسد)

نکات تحویل:

- تحویل این تمرین در باکس استاد واقع در طبقه چهارم دانشکده و تا تاریخ ۲۹ اسفند ماه ۱۳۹۸ خواهد بود.
- تمرین با خط خوانا و واضح نوشته شود.
- در صورت مشاهده‌ی هر گونه تقلب، اقتباس، رونویسی و ... با افراد خاطی به صورت جدی برخورد خواهد شد !
- زمان تمرین تمدید نمی‌شود و امکان ارسال با تأخیر تکلیف وجود ندارد.

با آرزوی موفقیت

گروه حل تمرین