

بنام خداوند بخشنده مهربان

مجموعه سوالات نهایی ۱۰ سال اخیر

کتاب جبر و احتمال سال سوم رشته ریاضی



شامل مباحث:

۱- استدلال ریاضی

۲- مجموعه-ضرب دکارتی-رابطه

۳-احتمال و پدیده های تصادفی

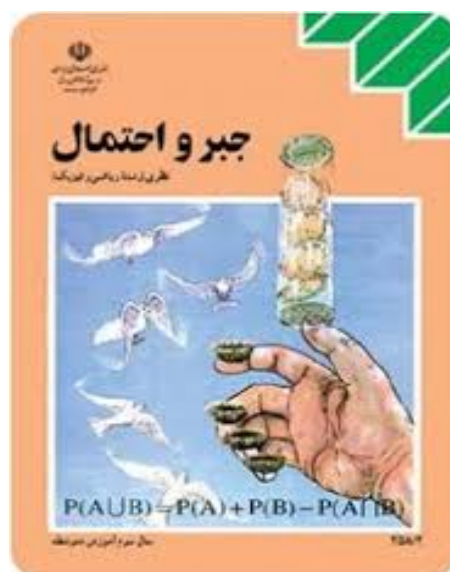
۴- اندازه گیری شانس

ویژه دانش آموزان سال :

سوم رشته ریاضی

تسبیح و تنظیم : مجتبی تهرانی

آخرین ویرایش: بهر ماه ۹۵



نکات مهم در مورد امتحان نهایی

مهمترین نکات برای موفقیت در امتحان نهایی

- ۱- آیا می‌دانستید امتحان نهایی به صورت هم‌زمان در سراسر کشور برگزار می‌شود؟
- ۲- آیا می‌دانستید طراح سؤالات در هر درس گروهی از دبیران هستند؟
- ۳- آیا می‌دانستید ملاک طرح سؤال فقط کتاب درسی است و دانش‌آموزان باید به تمام قسمت‌های کتاب درسی تسلط کامل داشته باشند؟
- ۴- آیا می‌دانستید بارم‌بندی هر فصل از کتاب درسی خود را از معلم‌های‌تان بپرسید تا اولویت‌بندی درستی داشته باشید؟
- ۵- آیا می‌دانستید امتحانات نهایی به سمت مفهومی شدن پیش می‌رود؟
- ۶- آیا می‌دانستید موزه‌ی امتحانی شما برای امتحان نهایی مدرسه‌ی خودتان نیست و چند روز قبل از برگزاری امتحانات باید موزه‌ی امتحانی خود را شناسایی کنید؟
- ۷- آیا می‌دانستید در موزه‌ی امتحانی باید حداقل نیم‌ساعت زودتر حضور داشته باشید؟
- ۸- آیا می‌دانستید کارت ورود به جلسه باید در تمام امتحانات همراهتان باشد؟
- ۹- آیا می‌دانستید بررسی نمونه‌سؤالات امتحانات نهایی سال‌های گذشته می‌تواند کمک فو‌بی برای شما باشد؟
- ۱۰- آیا می‌دانستید تمرین عملی در درس‌های محاسباتی بهتر از چند بار خواندن است؟
- ۱۱- آیا می‌دانستید توجه به سؤالات ترکیبی مهم است؟
- ۱۲- آیا می‌دانستید نوشتن جواب سؤالات در امتحانات نهایی با خودکار سبز یا قرمز و مداد ممنوع است؟
- ۱۳- آیا می‌دانستید در جلسه‌ی امتحان دو خودکار آبی هم‌رنگ باید به همراه داشته باشید؟
- ۱۴- آیا می‌دانستید استفاده از لاک غلط‌گیر و به همراه داشتن جزوه و یادداشت، گذاشتن هر نوع علامت مشکوک در برگه، بردن چرک‌نویس و موبایل (متی خاموش (تلف مسموب می‌شود؟
- ۱۵- آیا می‌دانستید فوش‌فط نوشتن و پرهیز از فط‌فوردگی مداوم از اصول کار است؟
- ۱۶- آیا می‌دانستید استفاده از ماشین‌مساب ساده در برقی از امتحانات نهایی مجاز است اما اجازه‌ی دادن یا گرفتن ماشین‌مساب از دانش‌آموز دیگری را ندارید؟
- ۱۷- آیا می‌دانستید برگه‌ی امتحانی حداقل ۲ بار و حداکثر ۴ بار توسط دبیری از همان رشته‌ی درسی تصمیع می‌شود؟

بارم بندی فصل های جبر احتمال در امتحان نهایی ۹۵

بارم بندی فصل های جبر احتمال :

فصل اول ۵.۵ نمره

فصل دوم ۵.۵ نمره

فصل سوم 2 نمره

فصل چهارم ۷ نمره

بارم بندی کتاب جبر و احتمال پایه سوم دبیرستان رشته ریاضی و فیزیک کد ۲۵۸/۲		
سال تحصیلی ۹۴-۱۳۹۳		
فصل ها	نوبت اول	نوبت دوم، شهریور و بزرگسال
اول	۱۰	۵/۵
دوم (بخش ۲-۸ در صفحه ۶۷)	۱۰	۵/۵
دوم (بخش ۲-۸ در صفحه ۶۷ تا آخر فصل)	-	
سوم	-	۲
چهارم	-	۷
جمع	۲۰	۲۰

برای طراحی آزمون سال تحصیلی جاری، کتاب های فوق چاپ سال ۱۳۹۳ مبنای طراحی سؤال است.

فصل اول

انواع استدلال های ریاضی

شامل بخش های :

- ۱- درک شهودی
- ۲- استدلال تمثیلی یا قیاس
- ۳- استدلال استقرایی و محدودیت های آن
- ۴- استدلال تعمیم یافته استقرایی
- ۵- استدلال استنتاجی
- ۶- مثال نقض
- ۷- اثبات بازگشتی
- ۸- برهان خلف
- ۹- اصل لانه کبوتری

درک شهودی

شهود می‌تواند یک یا احساس بدون استدلال باشد.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

استدلال استقرایی

جای خالی را با یکی از کلمات (شهودی - تمثیلی - استقرایی - استنتاجی) کامل کنید:

استدلال روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۳- استدلال ، روش نتیجه‌گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

استقرای ریاضی

با استفاده از اصل استقرای ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n عدد $1 - 11^n = P_n$ بر عدد ۱۰ بخش پذیر است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۵- با استفاده از اصل استقرای ریاضی، ثابت کنید که رابطه‌ی زیر به ازای هر عدد طبیعی n برقرار است:

$$\frac{1}{2} + \frac{2}{2^2} + \frac{3}{2^3} + \dots + \frac{n}{2^n} = 2 - \frac{n+2}{2^n}$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۶- با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:

$$(1 + \sqrt{3})^n \geq 1 + n\sqrt{3}$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۷- با استدلال استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:

$$1 \times 2 + 2 \times 5 + \dots + n(3n-1) = n^2(n+1)$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۸- با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:

$$2 + 6 + 10 + \dots + (4n-2) = 2n^2$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۹- با استفاده از اصل استقرای ریاضی، برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:

$$P(n) : 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۱۰- با استفاده از اصل استقراء ریاضی، ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم:

$$\frac{1}{1!} + \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} + \dots + \frac{1}{n!} = 1 - \frac{1}{n!}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - جبر و احتمال

۱۱- با استفاده از اصل استقراء ریاضی، به ازای هر عدد طبیعی $n \geq 2$ ، ثابت کنید:

$$1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \dots + \sqrt{n} > n$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۱۲- با استدلال استقراء ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$\frac{2}{3^1} + \frac{2}{3^2} + \dots + \frac{2}{3^n} = 1 - \frac{1}{3^n}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۱۳- به روش استقراء ریاضی ثابت کنید برای هر عدد طبیعی n داریم:

$$\left(1 - \frac{1}{4}\right) \left(1 - \frac{1}{9}\right) \left(1 - \frac{1}{16}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{(n+1)^2}\right) = \frac{n+2}{2n+2}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال

۱۴- با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید: $2 + 6 + 10 + \dots + (4n - 2) = 2n^2$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۵- با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی n ، ثابت کنید:

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۶- با استفاده از اصل استقرای ریاضی درستی رابطه زیر را ثابت کنید:

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \dots + \frac{1}{2^n} = 1 - \frac{1}{2^n} \quad (n \in \mathbb{N})$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۱۷- با استفاده از اصل استقرای ریاضی برای هر عدد طبیعی $n > 6$ ، ثابت کنید:

$$n! > 3^n$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۸-

استدلال استنتاجی

با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید اگر به مکعب عدد فردی یک واحد اضافه کنیم، عدد زوجی به دست می آید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل اول سال سوم رشته ریاضی

موضوع: استدلال ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

- ۱۹- درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.
اگر x فرد باشد، آنگاه $x(x+2)$ هم فرد می‌باشد.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال
- ۲۰- با استدلال استنتاجی، نشان دهید حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی، مضرب ۸ است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال
- ۲۱- عبارت زیر درست است یا نادرست؟ (با ذکر دلیل)
اگر a و b دو عدد صحیح و فرد به طوری که هر دو مضربی از ۵ باشند آنگاه مجموع آن‌ها مضرب ۱۰ است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال * تغییر یافته *
- ۲۲- با استدلال استنتاجی ثابت کنید که اگر x یک عدد صحیح و مضرب ۳ باشد، آنگاه $x(x+3)$ مضرب ۱۸ است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال
- ۲۳- جای خالی را با یکی از کلمات (شهودی - تمثیلی - استقرایی - استنتاجی) کامل کنید:
استدلال روش نتیجه‌گیری کلی با استفاده از حقایقی است که درستی آن‌ها را پذیرفته‌ایم.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال
- ۲۴- عبارت زیر را در نظر بگیرید و دلیل درستی یا نادرستی آن را بنویسید.
اگر $x > 1$ آنگاه داریم: $4 - x^2 < 3$
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - جبر و احتمال
- ۲۵- عبارت زیر را در نظر بگیرید و دلیل درستی یا نادرستی آن را بنویسید.
مکعب هر عدد فرد منهای یک، عددی زوج است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - جبر و احتمال
- ۲۶- هنگامی از استدلال استفاده می‌کنیم، که مطمئن هستیم، نتیجه مسئله همیشه درست است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال
- ۲۷- با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی عبارت زیر را بررسی کنید.
حاصلضرب هر دو عدد گویا همیشه عددی گویا است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال
- ۲۸- با استفاده از استدلال ثابت کنید ۳ برابر مربع یک عدد فرد منهای ۳، مضرب ۱۲ است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال
- ۲۹- با استفاده از استدلال استنتاجی، ثابت کنید مجموع هر سه عدد طبع متوالی همواره مضربی از ۳ است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۳۰- با استفاده از استدلال استنتاجی نشان دهید مجموع مربعات هر دو عدد فرد همواره عددی زوج است.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۳۱- با استفاده از استدلال استنتاجی ثابت کنید، اگر به سه برابر عددی فرد یک واحد اضافه شود، عددی زوج بدست می‌آید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

مثال نقض

درستی یا نادرستی گزاره‌ی زیر را با ذکر دلیل بررسی کنید.
به ازای هیچ دو عدد اول a و b ، عدد $a+b$ اول نیست.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۳۳- با ذکر دلیل بنویسید آیا $(4 + 3^n)$ همیشه یک عدد اول است؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۳۴- درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

مثال نقض، برای اثبات درستی یک قضیه‌ی کلی به کار می‌رود.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۳۵- عبارت زیر درست است یا نادرست؟ (با ذکر دلیل)

اگر a یک عدد حقیقی و $a^2 > 0$ آن‌گاه $a > 0$ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۶- عبارت زیر درست است یا نادرست؟ (با ذکر دلیل)

اگر a و b و c اعداد طبیعی باشند آن‌گاه $b\sqrt{ac}$ یک عدد گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۷- عبارت زیر درست است یا نادرست؟ برای عبارت نادرست مثال نقض بیاورید.

حاصل ضرب هر دو عدد گنگ، عددی گویاست.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۸- عبارت زیر درست است یا نادرست؟ برای عبارت نادرست مثال نقض بیاورید.

مربع هر عدد فرد به اضافه یک، عددی زوج است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۹- عبارت زیر درست است یا نادرست؟ برای عبارت نادرست مثال نقض بیاورید.

برای هر عدد طبیعی n آن‌گاه $2^n + 3$ عددی اول است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۰- مثال نقض، مثالی است که نشان می‌دهد نتیجه کلی است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۴۱- با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی عبارت زیر را بررسی کنید.

توان سوم هر عدد حقیقی از توان دوم همان عدد بزرگتر است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۴۲- با ذکر دلیل، درستی یا نادرستی عبارت زیر را بررسی کنید.

اگر $xy=0$ آن‌گاه $x=0$ و $y=0$.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل اول سال سوم رشته ریاضی

موضوع: استدلال ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۴۳- آیا مجموع دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ است؟ چرا؟

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال

۴۴- قضیه‌ی شرطی «اگر a و b دو عدد گویا باشند آن‌گاه $a + b$ گویا است.» را در نظر بگیرید:

(الف) عکس قضیه‌ی شرطی را بنویسید. (ب) آیا عکس آن نیز یک قضیه‌ی شرطی است؟ چرا؟
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۵- درستی یا نادرستی حکم زیر را تعیین کنید و در صورت نادرستی مثال نقض بیاورید.

برای هر دو مجموعه دلخواه A و B داریم: $A \times B = B \times A$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۶- درستی یا نادرستی حکم زیر را تعیین کنید و در صورت نادرستی مثال نقض بیاورید.

اگر n^2 مضرب ۳ باشد آن‌گاه n نیز مضرب ۳ است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۷- درستی یا نادرستی حکم زیر را اثبات کنید و برای رد اثبات آن یک مثال نقض بیاورید.

توان دوم یک عدد همیشه از آن عدد بزرگ‌تر است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۸- درستی یا نادرستی حکم زیر را اثبات کنید و برای رد اثبات آن یک مثال نقض بیاورید.

حاصل ضرب دو عدد صحیح زوج متوالی مضرب ۸ است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۹-

قضایای شرطی

احکامی که همیشه برقرار هستند را می‌نامند.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۵۰- قضیه‌ی شرطی «اگر $x > 1$ آن‌گاه $|x| > 1$ است.» را در نظر بگیرید:

(الف) عکس قضیه شرطی را بنویسید.

(ب) آیا عکس آن نیز یک قضیه شرطی است؟ در صورت نادرستی، مثال نقض بیاورید.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۵۱-

اثبات بازگشتی

$$\frac{1}{\sqrt{a}} + \frac{1}{\sqrt{b}} \geq \frac{4}{\sqrt{a+b}}$$

اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل اول سال سوم رشته ریاضی

موضوع: استدلال ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۵۲- ثابت کنید اگر a و b دو عدد حقیقی باشند که ، آنگاه رابطه‌ی زیر برقرار می‌باشد.

$$\frac{a^3 + b^3}{a + b} \geq a b$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۵۳- اگر a و b و c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید:

$$a^2 + b^2 + c^2 + 3 \geq 2(a + b + c)$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵۴- اگر a و b اعداد حقیقی باشند به طوری که $(ab < 0)$ ، ثابت کنید: $-\frac{a}{b} + \frac{b}{a} \leq -2$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵۵- اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید:

$$2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - ba)$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵۶- اگر x و y دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید:

$$x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۵۷- اگر a, b, c سه عدد حقیقی باشند، ثابت کنید که:

$$a^2 + b^2 \geq -4(a + b + 2)$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - جبر و احتمال

۵۸- اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، ثابت کنید که رابطه زیر برقرار است:

$$\frac{a}{b^2} + \frac{b}{a^2} \geq \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۵۹- اگر x و y دو عدد حقیقی و مثبت باشند، ثابت کنید رابطه زیر برقرار است.

$$xy \leq \left(\frac{x+y}{2} \right)^2$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۶۰- ثابت کنید مجموعه تهی زیرمجموعه تمامی مجموعه‌ها است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۶۱- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه زیر را ثابت کنید:

$$\frac{1}{4}(x + y) \geq \sqrt{xy}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل اول سال سوم رشته ریاضی

موضوع: استدلال ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۶۲- اگر a و b دو عدد حقیقی مثبت باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید:

$$ab \leq \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۶۳- اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی ثابت کنید:

$$a^2 + b^2 \geq 2(b-1)$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۶۴- اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از استدلال بازگشتی درستی رابطه زیر را بررسی کنید:

$$a^2 + 1 \geq b(2-b)$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۶۵-

برهان خلف

می دانیم $\sqrt{3}$ و $\sqrt{7}$ اعدادی گنگ هستند. نشان دهید عدد $\sqrt{3} + \sqrt{7}$ نیز عددی گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۶۶- اگر n عدد طبیعی و $(3n+2)$ عددی فرد باشد، با استدلال برهان خلف، نشان دهید که n نیز عددی فرد است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۶۷- با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر n یک عدد طبیعی و $(5n+3)$ زوج باشد آن گاه n یک عدد فرد است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۶۸- می دانیم که $\sqrt{2}$ گنگ است، با استفاده از برهان خلف ثابت کنید $\sqrt{1+\sqrt{2}}$ نیز گنگ می باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۶۹- با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر $\sqrt{3}$ گنگ باشد، آن گاه $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ نیز عددی گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۷۰- با استفاده از برهان خلف، نشان دهید $\sqrt{2}$ عدد گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۷۱- با استدلال برهان خلف ثابت کنید که اگر $\sqrt{3}$ عددی گنگ است، $\sqrt{2+\sqrt{3}}$ نیز عددی گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - جبر و احتمال

۷۲- با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید که $\sqrt{3}$ گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل اول سال سوم رشته ریاضی

موضوع: استدلال ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۷۳- با استدلال برهان خلف ثابت کنید اگر $\sqrt{7}$ عدد گنگ و x عدد گویا است آنگاه $x + \sqrt{7}$ عددی گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۷۴- اگر $\sqrt{5}$ و $\sqrt{7}$ دو عدد گنگ باشند، ثابت کنید $(\sqrt{5} + 3\sqrt{7})$ نیز عددی گنگ است. (برهان خلف)

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال

۷۵- با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر n عدد صحیح و n^2 عددی فرد باشد آنگاه n نیز فرد است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۷۶- با استفاده از برهان خلف ثابت کنید اگر x و y دو عدد حقیقی، $x \neq 3$ و $x + 4y^2 = 7$ آنگاه $y \neq -1$ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۷۷- با استفاده از برهان خلف، ثابت کنید اگر x گویا و y گنگ باشد، آنگاه $(x + y)$ گنگ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۷۸-

اصل لانه کبوتری

۵۰ ورزشکار مرد در رشته‌های فوتبال، والیبال و بسکتبال از شهرهای تهران، مشهد، اصفهان و بوشهر در یک اردوی ورزشی شرکت کرده‌اند. ثابت کنید حداقل چند ورزشکار هم‌رشته و هم‌شهری هستند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۷۹- S یک زیرمجموعه‌ی ۶۵ عضوی از اعداد طبیعی است، اگر اعضای S را بر عدد ۱۶ تقسیم کنیم، نشان دهید دست کم ۵ عضو S دارای باقیمانده‌ی یکسانی بر ۱۶ می‌باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۸۰- نشان دهید که اگر هر زیرمجموعه‌ی ۶ عضوی از مجموعه‌ی $S = \{1, 2, 3, \dots, 9\}$ را در نظر بگیریم، حداقل دو عضو وجود دارد که مجموع آن‌ها برابر ۱۰ باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۸۱- ۵۰ عدد طبیعی متمایز را در نظر گرفته و هر یک از این اعداد را بر عدد ۲۴ تقسیم کرده‌ایم، حداقل چند تا از آن‌ها باقیمانده‌ی یکسانی را بر ۲۴ خواهند داشت و چرا؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۸۲- مدرسه‌ای ۶۰۱ نفر دانش‌آموز دارد، حداقل چند نفر از آن‌ها ماه تولدشان یکسان است و چرا؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۸۳- پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض‌اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کم‌تر از $\sqrt{2}$ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۸۴- پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ مفروض‌اند، ثابت کنید حداقل فاصله دو نقطه از این پنج نقطه کم‌تر از $\sqrt{2}$ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل اول سال سوم رشته ریاضی

موضوع: استدلال ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۸۵- هفت نقطه درون شش ضلعی منتظمی به طول ضلع ۱ انتخاب می‌کنیم، ثابت کنید فاصله‌ی دست کم دو تا از این نقطه‌ها از ۱ کمتر است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۸ - جبر و احتمال

۸۶- اگر A یک زیرمجموعه ۲۷ عضوی از اعداد طبیعی باشد و اعضای A را بر عدد ۲۶ تقسیم کنیم، نشان دهید که حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقیمانده یکسانی بر ۲۶ هستند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۸۷- ۱۰ نقطه را درون مربعی به ضلع واحد انتخاب می‌کنیم، ثابت کنید فاصله حداقل دو نقطه از آن‌ها کمتر از $\frac{\sqrt{2}}{3}$ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۹ - جبر و احتمال

۸۸- هفت نقطه درون مستطیلی به ابعاد ۴ و ۶ متر انتخاب می‌کنیم، ثابت کنید حداقل ۲ نقطه از آن‌ها فاصله‌ای کمتر از $2\sqrt{2}$ متر را دارند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۸۷ - جبر و احتمال

۸۹- پنج نقطه داخل مربعی به ضلع ۲ واحد مفروض‌اند، ثابت کنید حداقل فاصله‌ی دو نقطه از این پنج نقطه کمتر از $\sqrt{2}$ است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۹۰- یک مدرسه حداقل چه تعداد دانش آموز باید داشته باشد تا دست کم ۱۳ دانش آموز در یک ماه از سال متولد شده باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۹۱- S یک زیر مجموعه ۴۰ عضوی از اعداد طبیعی است. اگر اعضای S را بر عدد ۳۹ تقسیم کنیم، نشان دهید حداقل دو عضو از این مجموعه دارای باقی‌مانده‌ی یکسانی بر ۳۹ هستند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۹۲- در یک کلاس ۳۰ نفر دانش آموز حضور دارند. حداقل چند نفر از دانش‌آموزان این کلاس در یک فصل از سال متولد شده‌اند؟ چرا؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل دوم سال سوم رشته ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

موضوع: مجموعه ها

مجموعه ها

اگر مجموعه‌ی $A = \{x, \{x\}, \{x, \{x\}\}\}$ باشد، کدام یک از عبارات زیر درست و کدامیک نادرست است؟
(الف) $\{x\} \subseteq A$ (ب)

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۲- مجموعه‌ی زیر را به صورت ریاضی (گزاره‌نما) نشان دهید.

$$A = \{-1, 0, 1, 8, 27, \dots\}$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۳- مجموعه‌ی زیر را به صورت ریاضی (گزاره‌نما) نشان دهید.

$$B = \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۴-

زیر مجموعه ها

جای خالی را با یکی از گزینه‌های داخل پرانتز کامل کنید:

اگر $B \subseteq A$ ولی، آن‌گاه B زیرمجموعه سره A نامیده می‌شود. $(B \neq A)$ ، $(B = A)$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۵- جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید:

اگر $A \subseteq \emptyset$ باشد، آن‌گاه مجموعه A برابر است.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۶-

مجموعه توانی

مجموعه $A \cap B$ را با اعضا مشخص کنید.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۷- مجموعه توانی A را با اعضا مشخص کنید.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۸-

جبر مجموعه ها

اگر $A_n = \{m \in \mathbb{N} \mid n-1 < m < n+1\}$ باشد، آن‌گاه مجموعه A_1 و مجموعه توانی A_1 را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۹- اگر A زیرمجموعه‌ی B با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، درستی رابطه‌ی زیر را ثابت کنید.

$$B - (B - A) = A$$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل دوم سال سوم رشته ریاضی

موضوع: مجموعه ها

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۱۰- درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

اگر $x \notin (A \cap B)$ آنگاه $x \in B'$ یا $x \in A'$.

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۱۱- با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

$$(C \cap A \cap B) \cup (A - C) \cup (A - B) = A \quad \text{الف)}$$

$$A \subseteq B \Rightarrow B' \subseteq A' \quad \text{ب)}$$

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۲- با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

$$(A \cup B) - (B \cup C) = (A - B) - C$$

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۳- اگر $A_n = \{x \in Z \mid -n \leq x \leq n\}$ مطلوبست: $A_2 - (A_1 \cap A_3)$

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۴- با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

$$(A - B) \cap (B - A) = \emptyset$$

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۵- اگر $A = [-i, 2 - i]$ و $i \in N$ باشد، مطلوب است: $\bigcap_{i=1}^4 A_i$ و $\bigcup_{i=1}^4 A_i$

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

$$(A \Delta B) \cup (A \cap B) = A \cup B$$

۱۶- با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید:

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

$$A - (A \cap B) = A - B$$

۱۷- با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۸- مجموعه‌های $A = \{x \mid x \in Z, x^2 < 1\}$ و $B = \{\frac{1-x}{2} \mid x \in N, x \leq 2\}$ مفروضند:

الف) مجموعه‌های A و B را نوشتن عضوها مشخص کنید.

ب) اعضای مجموعه $A \Delta B$ را مشخص کنید.

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۹- با استفاده از قوانین جبر مجموعه‌ها، ثابت کنید اگر $A \cup B = A \cap B$ آنگاه $A = B$

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

$$(A - B) \cup B = A$$

۲۰- اگر A و B دو مجموعه باشند به طوری که $B \subseteq A$ ، به کمک جبر مجموعه‌ها ثابت کنید:

دیپستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل دوم سال سوم رشته ریاضی

موضوع: مجموعه ها

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۲۱- اگر $n \in \mathbb{N}$ و $A_n = \{k \in \mathbb{Z} \mid -n < k, 2^k < 2\}$ باشد، آنگاه:

(الف) مجموعه های A_1 و A_2 را با اعضا مشخص کنید.

(ب) مجموعه $\bigcap_{i=1}^2 A_i$ را با اعضا مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۲۲- با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها، درستی رابطه زیر را ثابت کنید.

$$(A - B) \cup (A \cup B)' = B'$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

$$A - (A - B) = A \cap B$$

۲۳- با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها ثابت کنید:

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۲۴-

حاصل ضرب دکارتی

$$A = B$$

اگر $C = \emptyset$ و داشته باشیم: $A \times C = B \times C$ ، آنگاه ثابت کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۲۵- درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.

حاصل ضرب دکارتی $A \times B = \emptyset$ آنگاه $A = \emptyset$ و $B = \emptyset$.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۲۶- مجموعه های $A = \{2^k \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$ مفروضند:

(الف) A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

(ب) $A \Delta B$ را مشخص کنید.

(ج) $(A \Delta B) \times A$ را مشخص کرده و نمودار آن را رسم کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

مجموعه های $A = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}, -2 < k < 2\}$ و $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 4\}$ مفروضند: (۳) مورد ذیل را پاسخ دهید.

۲۷- مجموعه های A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۸- اعضای مجموعه $A \Delta B$ را معین کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۹- اعضای مجموعه $(A \times B) - B^2$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۰- اگر مجموعه ای A دارای ۳ عضو باشد، مجموعه ای $A \times A$ دارای زیر مجموعه است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۳۱- مجموعه های $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid |x| \leq 1\}$ و $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ مفروضند:

الف) مجموعه های A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

ب) مجموعه $(B \times A)$ را به صورت زوج های مرتب بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۳۲- مجموعه های $A = \{k^2 \mid k \in \mathbb{N}, k \leq 2\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x^2 = x\}$ مفروض اند.

الف) A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

ب) مجموعه های B^2 و $(A \times B)$ و $(A \times B) - B^2$ را با اعضا مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۳۳- اگر $A = (-\infty, -1]$ و $B = [-2, 3]$ باشد، نمودار حاصل ضرب دکارتی $B \times A$ را رسم کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۳۴- مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 = x\}$ مفروضند:

الف) مجموعه B را با نوشتن عضوها مشخص کنید.

ب) اعضای مجموعه $(B \times A) - A^2$ را مشخص کنید و نمودار آن را در صفحه مختصات رسم کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۳۵- مجموعه های $A = \{1\}$ و $B = \{1, 2\}$ مفروضند:

الف) مجموعه های A^2 و $A \times B$ و $(A \times B) - A^2$ را با اعضا مشخص کنید.

ب) نمودار مجموعه $(A \times B) - A^2$ را در دستگاه مختصات رسم کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۳۶- اگر $A = \{1, 2, 4\}$ و $B = \{2, 3, 5\}$ و R رابطه ای از A به روی B باشد که به صورت زیر تعریف شده است:

ابتدا $A \times B$ را محاسبه کرده و سپس اعضای رابطه R را تعیین کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۳۷-

رابطه و رسم نمودار

نمودار رابطه ی زیر را رسم کنید.

$$R = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 4, y \leq x^2\}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

اگر $A = \{2^n \mid n \in \mathbb{N}, n < 4\}$ و $B = \{2k+1 \mid k \in \mathbb{Z}, |k| \leq 1\}$ دو مجموعه باشند، ۲ سؤال بعدی را

پاسخ دهید.

۳۸- A و B را با نوشتن عضوها مشخص کنید و سپس اعضای $A \times B$ را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۹- اگر R یک رابطه از A در B به صورت زیر باشد:

$$R = \{(x, y) \in A \times B \mid x + y < 6\}$$

عضوهای رابطه‌ی R را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۰- رابطه‌ی $B = \{(x, y) \mid x \mid y\}$ روی مجموعه‌ی $A = \{2, 3, 4\}$ تعریف شده است، رابطه‌ی R را به صورت زوج‌های مرتب نشان دهید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۱- اگر رابطه‌ی R بر روی $A = \{1, 2, 3, 4\}$ به صورت زیر تعریف شده باشد:

$$xRy \Leftrightarrow -10 \leq x + 5y \leq 10$$

رابطه‌ی R را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۲-

افراز یک مجموعه

جای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید:

اگر $A = \{1, 2, 3\}$ باشد، آنگاه مجموعه A دارای تعداد افراز است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

رابطه‌ی R روی $R - \{0\}$ بصورت زیر تعریف شده است: سه جواب دارد

$$(a, b) R (c, d) \Rightarrow \frac{2a - 3}{b} = \frac{2c - 3}{d}$$

۴۳-

رابطه هم ارزی

ثابت کنید رابطه‌ی R یک رابطه‌ی هم ارزی است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۴۴- کلاس هم ارزی $[(-1, 7)]$ را به دست آورید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

رابطه‌ی R روی اعداد صحیح (Z) به صورت $a R b \Rightarrow a^2 + 2b = b^2 + 2a$ تعریف شده است: (دو سؤال بعدی را پاسخ دهید).

۴۵- ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم ارزی است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۴۶- کلاس هم ارزی $[2]$ را محاسبه کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

رابطه‌ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است:

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ab = cd$$

۴۷- نشان دهید که این رابطه هم ارزی است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۸- کلاس هم‌ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

رابطه‌ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است، پاسخ ۲ پرسش بعدی را تعیین نمایید.

۴۹- نشان دهید رابطه‌ی R هم‌ارزی است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵۰- کلاس هم‌ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

رابطه‌ی R روی $\{(0, 0)\} - Z^2$ به صورت زیر تعریف شده است: (۲ مورد بعدی را پاسخ دهید).

$$(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow x^2 + 5y^2 = z^2 + 5t^2$$

۵۱- نشان دهید که R یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵۲- کلاس هم‌ارزی $[(-2, 1)]$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵۳- رابطه‌ی R روی $\{(0, 0)\} - Z^2$ به صورت روبه‌رو تعریف شده است:

$$(x, y) R (z, t) \Leftrightarrow xt = yz$$

الف) نشان دهید که R یک رابطه هم‌ارزی است.

ب) کلاس هم‌ارزی $[(-3, 2)]$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۵۴- رابطه‌ی R روی R^2 به صورت زیر تعریف شده است:

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow ab = cd$$

الف) ثابت کنید R یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

ب) کلاس هم‌ارزی $[(-1, 2)]$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۵۵- رابطه‌ی R روی Z به صورت ذیل تعریف شده است:

$$x R y \Leftrightarrow 4 \mid x - y$$

الف) نشان دهید که R یک رابطه هم‌ارزی است.

ب) رابطه‌ی R مجموعه Z را به چند کلاس هم‌ارزی افراز می‌کند؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۵۶- رابطه‌ی R روی R^2 به صورت روبه‌رو تعریف شده است:

$$(a, b) R (c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$$

الف) نشان دهید که R یک رابطه‌ی هم‌ارزی است.

ب) کلاس هم‌ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل دوم سال سوم رشته ریاضی

موضوع: مجموعه ها

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۵۷- رابطه R روی مجموعه R^2 به صورت زیر تعریف شده است:

$$(a,b) R (c,d) \Leftrightarrow a^2 + d = c^2 + b$$

الف) نشان دهید رابطه‌ی R هم ارزی است.

ب) کلاس هم‌ارزی $[(-1, 0)]$ را مشخص کنید.

دیبرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیبرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

فصل سوم

احتمال و پدیده های تصادفی

شامل بخش های :

- ۱- پدیده های تصادفی
- ۲- فضای نمونه ای
- ۳- پیشامدهای تصادفی
- ۴- عملیات بر روی پیشامدها

فضای نمونه ای

در عبارت زیر فضای نمونه پیوسته و گسسته را مشخص نمایید.

فضای نمونه طول عمر یک لامپ

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۲- در عبارت زیر فضای نمونه پیوسته و گسسته را مشخص نمایید.

فضای نمونه پرتاب یک سکه و یک تاس

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

فضای نمونه پیوسته یک مجموعه ی متناهی به صورت بازه هایی از اعداد حقیقی و یا اشکال و احجام هندسی می باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۴-

پیشامد تصادفی

هر، یک زیرمجموعه از فضای نمونه ای است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۵- در فضای نمونه ای پرتاب یک سکه و یک تاس سالم با یکدیگر، تعداد زیر مجموعه های فضای نمونه ای آن برابر

..... است.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۶- انتخاب یک نقطه از سطح یک دایره، آزمایشی از فضای نمونه ای و انتخاب تعداد محصولات معیوب یک

کارخانه، آزمایشی از فضای نمونه ای است. (گسسته - پیوسته)

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۷- فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۸- پیشامد A که در آن سکه پشت و عدد تاس بزرگتر از ۳ باشد را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۹- پیشامد B که در آن سکه رو و عدد تاس زوج باشد را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۰- پیشامد $A' \cap B'$ را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۱- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.

هر زیرمجموعه از فضای نمونه ای را یک پیشامد گوئیم.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل سوم سال سوم رشته ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

موضوع: احتمال و پدیده های تصادفی

۱۲- کدام یک از پدیده های زیر تصادفی و کدام یک قطعی است؟

(الف) تعداد اتومبیل هایی که در ساعت مشخص از مقابل مدرسه می گذرند.

(ب) افتادن سیب از درخت

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۳- جای خالی را با یکی از گزینه های داخل پرانتز کامل کنید:

اگر A و B دو پیشامد باشند به طوری که $A \cap B = \emptyset$ در این صورت دو پیشامد را می نامیم. (سازگار، ناسازگار)

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۴- با به کارگیری عبارت های مجموعه ای، فضای نمونه ای مرکب از تمام نقاط واقع بر محیط و داخل دایره ای به شعاع ۲ و به مرکز مبدأ مختصات را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۱۵-

عملیات روی پیشامد تصادفی

روی ۱۵ کارت، تعداد از ۱ تا ۱۵ را نوشته ایم، کارتی را به تصادف خارج می کنیم:

(الف) پیشامد A را طوری بنویسید که عدد روی کارت مضرب ۳ یا اول باشد.

(ب) پیشامد B آن عدد روی کارت فرد و اول باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۱۶- تعداد اعضای فضای نمونه ای این پیشامد تصادفی را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۱۷- پیشامد A را طوری بنویسید که تمام اعضای آن، اعداد زوج و کم تر از ۴۰ باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۱۸- پیشامد B را طوری بنویسید که تمام اعضای آن، اعداد فرد و بیش تر از ۴۰ باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۱۹- فضای نمونه ای این تجربه ی تصادفی را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۰- پیشامد A ، که در آن مجموع اعداد ظاهر شده در پرتاب اول و دوم برابر ۳ باشد را مشخص کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۱- پیشامد B ، که در آن عدد ظاهر شده در پرتاب دوم برابر ۱ باشد را بنویسید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۲- پیشامد آن که B رخ دهد ولی A رخ ندهد را تعیین کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۳- اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد «تنها یکی از دو پیشامد A و B اتفاق بیفتد» را با استفاده از نمودار ون نمایش دهید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل سوم سال سوم رشته ریاضی

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

موضوع: احتمال و پدیده های تصادفی

- ۲۴- درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
پیشامد $A \cap B$ تنها وقتی حاصل می شود که یکی از دو پیشامدهای A و B اتفاق بیفتد.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال
- ۲۵- اگر A و B دو پیشامد معین باشند، پیشامد «فقط پیشامد A اتفاق بیفتد» را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال
- ۲۶- فضای نمونه ای را بنویسید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۲۷- پیشامد A که در آن عدد انتخابی اول باشد.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۲۸- پیشامد B که در آن عدد انتخابی مضرب ۳ باشد.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۲۹- پیشامد آن که B اتفاق نیافتد.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۳۰- در خانواده ای با سه فرزند :
الف) فضای نمونه را بنویسید.
ب) پیشامد A که در آن خانواده حداکثر یک فرزند دختر باشد.
پ) پیشامد B که در آن خانواده فقط یک دختر باشد.
ت) پیشامد $A' \cup B'$ را مشخص کنید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۳۱- فرض کنید A, B, C سه پیشامد معین باشند، پیشامد «فقط پیشامد A اتفاق بیفتد» را با یک عبارت مجموعه ای مناسب بنویسد و آن را با استفاده از نمودار ون نشان دهید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۳۲- دو سکه را باهم پرتاب می کنیم، اگر هر دو سکه پشت بیاید آن گاه یک تاس را می ریزیم. مطلوب است:
الف) فضای نمونه ای این تجربه تصادفی است.
ب) پیشامد A که در آن دقیقاً هر دو سکه به پشت و عدد تاس بزرگتر از ۴ باشد.
ج) پیشامد B که در آن حداقل یک سکه رو بیاید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال
- ۳۳- یک سکه سالم و یک تاس مخصوص داریم که به جای ارقام ۱ تا ۶ دو عدد ۱، دو عدد ۲ و دو عدد ۳ نمایش داده شده است. این دو را با هم می اندازیم، مطلوب است تعیین:
الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی.
ب) پیشامد A که در آن تاس عدد زوج یا سکه رو بیاید.
ج) پیشامد B که در آن تاس عدد زوج و سکه رو بیاید.
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

فصل چهارم

اندازه گیری شانس

شامل بخش های :

- ۱- احتمال هم شانس در فضای گسسته
- ۲- احتمال دو جمله ای
- ۳- احتمال غیر هم شانس در فضای گسسته
- ۴- احتمال یک پیشامد اختیاری
- ۵- احتمال در فضای پیوسته
- ۶- قوانین احتمال

احتمال هم شانس در فضای گسسته

۴ نفر زن و ۶ نفر مرد، برای تدریس درس ریاضی آموزشی تقاضا داده‌اند، امکان استخدام تنها برای سه نفر از آن‌ها وجود دارد. مطلوبست محاسبه‌ی احتمال آن که حداقل دو نفر زن انتخاب شوند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۲- می‌خواهیم یک تیم سه نفری از ۱۰ دانش‌آموز رشته‌ی تجربی و ۶ دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی انتخاب کنیم، مطلوبست احتمال آن که حداقل یک نفر رشته‌ی ریاضی باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

درون کیسه‌ای ۵ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه و ۴ مهره‌ی قرمز وجود دارد، از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف خارج می‌کنیم، مطلوب است:

۳- احتمال آن که دقیقاً ۲ تا از مهره‌های خارج شده سفید باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴- احتمال آن که مهره‌های خارج شده از ۳ رنگ مختلف باشند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۵- کیسه‌ای شامل ۵ مهره‌ی سفید و ۶ مهره‌ی سیاه است. از این کیسه ۳ مهره با هم به تصادف بیرون می‌آوریم، مطلوبست احتمال آن که حداقل ۲ مهره‌ی سفید خارج شده باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۶- خانواده‌ای دارای سه فرزند است فضای نمونه‌ای را نوشته، مطلوب است احتمال این که:

الف) حداقل دارای ۲ پسر باشد.

ب) فرزند اول دختر باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۷- اگر یک عدد چهار رقمی کم‌تر از ۵۰۰۰ به طور تصادفی با ترکیب ارقام ۱, ۳, ۵, ۷, ۹ به وجود آید، احتمال این که عدد ساخته شده بر ۵ بخش‌پذیر باشد را پیدا کنید. (تکرار ارقام غیر مجاز است.)

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۸- از کیسه‌ای که شمال ۳ مهره آبی و ۴ مهره قرمز و یک مهره سفید است، ۲ مهره با هم به تصادف بیرون می‌آوریم احتمال آن که مهره‌ها همرنگ باشند چقدر است؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۹- ۱۰ نفر را در نظر می‌گیریم، احتمال این که روز تولد هیچ دو نفری از آن‌ها یک روز نباشد را مشخص کنید. (سال را ۳۶۵ روز در نظر بگیرید.)

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۰- ۵ نفر زن و ۷ نفر مرد برای شغلی تقاضا کرده‌اند. با این حال، امکان استخدام تنها برای ۳ نفر از آن‌ها وجود دارد احتمال انتخاب ۳ نفر را در حالت‌های زیر پیدا کنید: (ساده کردن جواب‌ها الزامی است.)

الف) ۲ زن و یک مرد انتخاب شوند.

ب) ۳ زن انتخاب شوند.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل چهارم سال سوم رشته ریاضی

موضوع: احتمال و اندازه گیری شانس

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۱۱- یک کیسه محتوی ۵ مهره قرمز، ۳ مهره سفید و ۴ مهره سبز است. دو مهره را به طور تصادفی از کیسه بیرون می آوریم. مطلوب است احتمال آن که فقط یک مهره قرمز باشد.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۱۲- نمودار درختی مربوط به حالات ممکن جنسیت فرزندان یک خانواده با دو فرزند را بنویسید. سپس جاهای خالی را با توجه به آن کامل کنید. (فرض می کنیم احتمال پسر بودن فرزند $\frac{1}{2}$ باشد).

تعداد پسرها: ۰ ۱ ۲

تعداد حالات: ۱

احتمال: $\frac{1}{4}$

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

۱۳-

احتمال دو جمله ای

۵۰ درصد افراد جامعه ای باسواد هستند، احتمال آنکه از ۲۰ نفر آنها، ۶ نفر بی سواد بوده باشند را محاسبه کنید.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۱۴- تاس سالمی را ۱۲ بار پرتاب می کنیم، احتمال آن که ۴ بار عدد فرد روی تاس ظاهر شده باشد، چه قدر است؟

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۵- آزمونی شامل ۱۵ سؤال دو گزینه ای (درست - غلط) می باشد، دانش آموز به طور تصادفی به همه سؤالات این آزمون پاسخ می دهد، احتمال آن که دقیقاً به ۷ سؤال پاسخ درست داده باشد، چه قدر است؟

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۶- تاس سالمی را ۱۰ بار پرتاب می کنیم، احتمال آن که ۷ بار عدد روی تاس فرد ظاهر شده باشد، چه قدر است؟

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۱۷- آزمونی شامل ۱۰ سؤال دو گزینه ای (درست - غلط) می باشد، دانش آموزی به طور تصادفی به همه سؤالات این آزمون پاسخ می دهد، احتمال آن که دقیقاً به ۸ سؤال پاسخ درست داده باشد، چه قدر است؟

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۸- تاس سالمی را ۸ بار پرتاب می کنیم، احتمال آن که حداقل ۶ بار عددی اول ظاهر شود چقدر است؟

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۱۹-

احتمال غیر هم شانس در فضای گسسته

اگر $S = \{1, 2, 3, 4\}$ فضای نمونه یک تجربه تصادفی باشد و داشته باشیم: $p(1) = 2p(2) = 3p(3) = 4p(4)$ مطلوبست محاسبه ی $p(1)$.

دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

مجموعه سوالات نهایی ریاضیات درس جبر و احتمال فصل چهارم سال سوم رشته ریاضی

موضوع: احتمال و اندازه گیری شانس

تهیه و تنظیم: مجتبی توانا

۲۰- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ یک فضای نمونه‌ای باشد و داشته باشیم: $P(a) = 2P(b)$ و $P(c) = P(d) = \frac{1}{4}$ ،
مطلوبست محاسبه‌ی $P(a')$ و $P(b)$.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۲۱- سه نفر دونه a و b و c در یک مسابقه شرکت می‌کنند، احتمال برد a نصف احتمال برد b و احتمال برد b $\frac{1}{3}$ احتمال
برد c است:

الف) احتمال برد هر یک از دونده‌ها را بیابید.

ب) احتمال آن‌که b یا c برنده شوند را تعیین کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۲- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه‌ی تصادفی باشد و داشته باشیم:

$$p(a) = 3p(b), \quad p(c) = \frac{1}{4}, \quad p(d) = \frac{1}{8}$$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۲۳- تاسی به‌گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد زوج دو برابر احتمال وقوع هر عدد فرد است. اگر A
پیشامد وقوع عددی کمتر از پنج باشد، احتمال وقوع پیشامد A چقدر است؟

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۲۴- سه شناگر a و b و c با هم مسابقه می‌دهند، a دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس بردن هر کدام از آن‌ها
دو برابر c است، مطلوب است احتمال این که b یا c ببرد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۲۵- اگر $S = \{a, b, c, d\}$ فضای نمونه‌ای یک تجربه‌ی تصادفی و $p(b) = \frac{1}{3}$ ، $p(\{b, d\}) = \frac{1}{4}$ و
 $p(\{b, c\}) = \frac{2}{3}$ باشد آنگاه $p(a)$ را به دست آورید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۲۶- تاسی به‌گونه‌ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد سه برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. اگر در یک
پرتاب این تاس، پیشامد $A = \{2, 3\}$ باشد، $P(A)$ را بیابید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۲۷- اگر فضای نمونه‌ای یک آزمایش تصادفی $S = \{1, 2, 3\}$ باشد و $P(3) = 2P(2) = a$ و $P(1) = a^2$ مقدار a و
 $P(2)$ را بدست آورید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

احتمال در فضای پیوسته

دو عدد حقیقی X, Y را به تصادف از بازه‌ی $[0, 3]$ انتخاب می‌کنیم، احتمال آن را حساب کنید که:

(الف) $X + Y \leq 2$ (ب) $X + Y = 3$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۲۹- یک نقطه به طور تصادفی درون یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۴ انتخاب می‌کنیم، مطلوبست احتمال آن‌که فاصله‌ی آن نقطه از هر رأس بیش‌تر از ۱ باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۳۰- تیری را به سمت هدفی مربع شکل به ضلع ۴ پرتاب می‌کنیم. احتمال آن را بیابید که نقطه‌ی اصابت تیر درون دایره‌ای به شعاع $\frac{5}{8}$ که مرکز آن منطبق بر مرکز مربع است، قرار بگیرد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۱- دو عدد حقیقی به تصادف از بازه‌ی $[-1, 2]$ انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که مجموع این دو عدد مثبت باشد را محاسبه کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۲- دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین ۰ و ۲ انتخاب می‌شوند، مطلوب است احتمال آن‌که مجموع دو عدد بین ۱ و ۲ باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۳۳- دو عدد حقیقی X و Y را به‌طور تصادفی از بازه $(1, 3)$ انتخاب می‌کنیم، مطلوب است احتمال آن‌که مجموع دو عدد بین ۳ و ۴ باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۳۴- دو عدد حقیقی به طور تصادفی بین دو عدد ۰ و ۲ انتخاب می‌شوند. مطلوب است احتمال آن‌که مجموع دو عدد بزرگ‌تر یا مساوی ۱ باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۳۵- دو عدد حقیقی به تصادف بین ۰ و ۲ انتخاب می‌کنیم، احتمال آن‌که $|X - Y| < 1$ را محاسبه کنید.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۳۶- بر روی مربع با مشخصات $Q = \{(x, y) \in R^2 \mid 0 \leq x \leq 2, 0 \leq y \leq 2\}$ یک نقطه را به‌طور تصادفی انتخاب می‌کنیم، مطلوب است احتمال این‌که فاصله‌ی این نقطه از هر رأس مربع بیش‌تر از ۱ باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۳۷- یک نقطه به طور تصادفی درون مربعی به ضلع ۲ واحد انتخاب می‌شود، مطلوبست احتمال آن‌که نقطه از هر رأس مربع بیش‌تر از ۱ واحد باشد.

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

قوانین احتمال

احتمال آنکه دانش‌آموزی در درس ریاضی قبول شود ۵۵ درصد و در درس شیمی قبول شود ۶۰ درصد است، اگر احتمال آنکه حداقل در یکی از دو درس قبول شود ۷۵ درصد باشد، احتمال آن را بیابید که در هر دو درس قبول شود. دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال * تغییر یافته *

۳۹- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ای S ثابت کنید: $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۴۰- درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید.
اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که $A \subseteq B$ ، آنگاه داریم: $P(B-A) = P(B) - P(A)$.
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۴۱- عددی به تصادف از مجموعه‌ی $\{1, 2, 3, \dots, 1000\}$ انتخاب می‌کنیم، مطلوبست احتمال آن که عدد انتخابی بر ۵ بخش پذیر باشد ولی بر ۳ بخش پذیر نباشد.
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۴۲- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند و $P(A) = 0.2$ و $P(B) = 0.3$ و $P(A \cup B) = 0.4$ باشند، احتمال آن را محاسبه کنید که هر دو پیشامد A و B با هم اتفاق بیفتند.
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۰ - جبر و احتمال

۴۳- اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند به طوری که داشته باشیم $P(B) = \frac{1}{4}$ و $P(A \cup B) = \frac{2}{3}$ مطلوب است محاسبه‌ی $P(A-B)$.
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۴- از مجموعه‌ی اعداد $\{1, 2, \dots, 1000\}$ عددی به تصادف انتخاب می‌کنیم:
(الف) احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ یا ۵ بخش پذیر شده را بیابید.
(ب) احتمال آن که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید.
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۵- سکه سالمی را ۱ پرتاب می‌کنیم اگر پشت بیاید ۲ بار دیگر سکه را پرتاب می‌کنیم و اگر رو بیاید تاس سالمی را می‌ریزیم، مطلوب است احتمال آن که:
(الف) تاس زوج بیاید.
(ب) سکه فقط دو بار پشت بیاید.
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۶- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ی S ثابت کنید:
 $P(A \cap B') = P(A) - P(A \cap B)$
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۱ - جبر و احتمال

۴۷- برای دو پیشامد A و B از فضای نمونه‌ی S ثابت کنید:
دبیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دبیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۲ - جبر و احتمال

۴۸- احتمال این که شخصی ناراحتی کلیه داشته باشد، $\frac{۰}{۲۳}$ و ناراحتی قلبی داشته باشد $\frac{۰}{۲۴}$ و دست کم یکی از این دو نوع بیماری را داشته باشد $\frac{۰}{۳۸}$ است. احتمال این که هر دو نوع بیماری را دارا باشد، چه قدر است؟
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۴۹- عددی به تصادف از مجموعه $\{۱, ۲, ۳, \dots, ۱۰۰۰\}$ انتخاب می‌کنیم، احتمال این که عدد انتخابی بر ۴ بخش پذیر باشد، اما بر ۷ بخش پذیر نباشد، چقدر است؟
دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

باشند، مطلوب است:

۵۰- اگر

الف) $P(A \cup B)$

ب) $P(A - B)$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۳ - جبر و احتمال

۵۱- اگر $P(B) = \frac{۲}{۳}$ و $P(A') = \frac{۱}{۵}$ و $P(A \cap B) = \frac{۳}{۵}$ باشد، مطلوب است:

الف) $P(A \cup B)$

ب) $P(A - B)$

دیپیرستان - سوالات امتحانات نهایی متوسطه - سوم دیپیرستان - سوم ریاضی - سال ۹۴ - جبر و احتمال

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۰۳/۰۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	در هر مورد نوع استدلال ریاضی را مشخص کنید. (الف) روش نتیجه گیری با استفاده از حقایقی که درستی آن ها را پذیرفته ایم. (ب) روش نتیجه گیری کلی بر مبنای مجموعه محدودی از مشاهدات است. (ج) روش اثباتی که در آن با استفاده از درستی حکم به یک رابطه بدیهی یا فرض مساله می رسیم.	۰/۷۵
۲	با استفاده از اصل استقرا ثابت کنید: $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2} \right)^2, (n \in \mathbb{N})$	۲
۳	حکم درست را اثبات کرده و برای رد حکم نادرست مثال نقض ارائه دهید. (الف) حاصل ضرب هر دو عدد حقیقی، کوچک تر یا مساوی نصف مجموع مربع های آن هاست. (ب) حاصل جمع دو عدد گنگ، عددی گنگ است.	۱/۷۵
۴	شرکت کنندگان در یک آزمون ریاضی ۳۰۷۳ نفر می باشند. حداقل چند شرکت کننده وجود دارد که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها به زبان فارسی یکسان است؟ دلیل ارائه کنید.	۱
۵	جاهای خالی را با اعداد مناسب پر کنید. (الف) مجموعه $A = \{\{\}, \{\phi\}\}$ دارای زیر مجموعه است. (ب) دو زوج مرتب $(y^2 - 1, (x+2)^2)$ و $(0, 3)$ با هم برابرند. مقدار y برابر با است. (ج) دو مجموعه $A = \{-1, 0, 1, 2\}$ و $B = \{-3, -2, 1, 2, 3\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $A \times B$ دارای عضو است.	۱
۶	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A \Delta B = (A \cup B) - (A \cap B)$	۱/۵
۷	نمودار رابطه زیر را رسم کنید. $A = \{(x, y) \mid x, y \in \mathbb{R}, x^2 + y^2 \leq 1, y \geq x \}$	۰/۷۵
۸	چهار افراز متفاوت برای مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ بنویسید.	۱
۹	رابطه R بر روی $\mathbb{R}^2$ به صورت رو به رو تعریف شده است: (الف) ثابت کنید R تعدی است. (ب) رابطه R رابطه ای هم ارزی است. کلاس هم ارزی $[(2, 1)]$ را بنویسید.	۱/۲۵
۱۰	اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند، با رسم نمودار ون، پیشامد "تنها یکی از دو پیشامد A یا B اتفاق بیفتد." را نمایش دهید.	۰/۵
ادامه سؤالات در صفحه دوم		

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۰۳/۰۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	سکه ای را یک بار پرتاب می کنیم. اگر سکه رو ظاهر شد، آن گاه تاس را می ریزیم. در غیر این صورت یک بار دیگر سکه را می اندازیم. الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ ب) پیشامد A که در آن عدد ظاهر شده روی تاس زوج باشد یا سکه پشت بیاید را با اعضا بنویسید.	۱/۵
۱۲	دو تاس را با هم می ریزیم. احتمال آن را بیابید که مجموع اعداد ظاهر شده روی تاس ها برابر ۶ شود.	۱/۲۵
۱۳	در ظرفی ۷ مهره قرمز و ۴ مهره سفید است. به تصادف ۲ مهره با هم بیرون می آوریم. احتمال آن که دو مهره هم رنگ باشند را محاسبه کنید.	۱
۱۴	سکه ای را ۲۰ بار می اندازیم. احتمال آن که ۸ بار رو ظاهر شود را بیابید.	۱
۱۵	سه اسب a, b, c و با هم مسابقه می دهند. اسب های a و c دارای احتمال بردن مساوی هستند و شانس b ، دو برابر شانس بردن a است. احتمال آن که دو اسب a یا b ببرند را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۶	دو عدد مانند x و y به تصادف از بازه $[0, 4]$ انتخاب می شوند. احتمال آن که $ x - y < 3$ باشد را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۷	عددی به تصادف از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 40\}$ انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد را بیابید.	۱
۲۰	جمع نمره	۲۰

«موفق باشید»

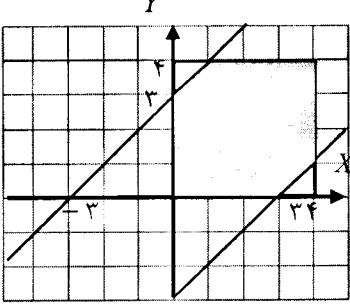
راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۰۳/۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) استنتاجی (۰/۲۵) صفحه ۱۶ ب) استقرایی (۰/۲۵) صفحه ۳ ج) بازگشتی (۰/۲۵) صفحه ۲۲	۰/۷۵
۲	مثال صفحه ۶ مقدمه استقرا $n=1 \Rightarrow 1^3 = \frac{1 \times 2}{2} \Rightarrow 1=1$ (۰/۲۵) فرض استقرا $n=k \Rightarrow 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 = \left(\frac{k(k+1)}{2} \right)^2$ (۰/۲۵) حکم استقرا $n=k+1 \Rightarrow 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2} \right)^2$ (۰/۲۵) $1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + k^3 + (k+1)^3 = \underbrace{\left(\frac{k(k+1)}{2} \right)^2}_{(۰/۲۵)} + (k+1)^3 = \frac{k^2(k+1)^2}{4} + (k+1)^3$ $= \underbrace{\frac{(k+1)^2}{4} (k^2 + 4(k+1))}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{(k+1)^2}{4} (k^2 + 4k + 4)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{(k+1)^2 (k+2)^2}{4}}_{(۰/۲۵)} = \left(\frac{(k+1)(k+2)}{2} \right)^2$	۲
۳	الف) درست (۰/۲۵) $xy \leq \frac{x^2 + y^2}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow 2xy \leq x^2 + y^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \Rightarrow (x-y)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ رابطه بدیهی است بنابراین تمامی مراحل بازگشت پذیر است. (۰/۲۵) تمرین صفحه ۲۵ ب) نادرست (۰/۲۵) ارائه مثال نقض (۰/۵) مثال صفحه ۱۹	۱/۷۵
۴	چون حرف اول نام ۳۲ حرف و حرف اول نام خانوادگی نیز ۳۲ حرف می تواند باشد، تعداد لانه ها برابر $32 \times 32 = 1024$ است. (۰/۲۵) از طرفی تعداد شرکت کنندگان (کبوتر) برابر 3073 (۰/۲۵) است. طبق اصل لانه کبوتری $1024 \times 3 + 1 = 3073$ (۰/۲۵)، حداقل $1+3=4$ شرکت کننده وجود دارند که حرف اول نام و نام خانوادگی آن ها یکی است. (۰/۲۵) صفحه ۲۰	۱
۵	الف) ۴ (۰/۲۵) صفحه ۴۰ ب) $y = \pm 2$ (۰/۵) تمرین صفحه ۵۹ ج) ۲۰ (۰/۲۵) تمرین صفحه ۵۹	۱
۶	تمرین صفحه ۵۵ $A \Delta B = \underbrace{(A-B) \cup (B-A)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cap B') \cup (B \cap A')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{((A \cap B') \cup B) \cap ((A \cap B') \cup A')}_{(۰/۲۵)}$ $= \underbrace{((A \cup B) \cap (B \cup B'))}_{U} \cap \underbrace{((A' \cup B') \cap (A \cup A'))}_{U} = \underbrace{(A \cup B) \cap (A \cap B')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{(A \cup B) - (A \cap B)}_{(۰/۲۵)}$	۱/۵

ادامه در صفحه دوم

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۵ / ۰۳ / ۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	راهنمای تصحیح		
نمره			
۷	تمرین صفحه ۶۵	نمودار هر یک (۰/۲۵)، ناحیه هاشور زده (۰/۲۵) $y = x$	۰/۷۵
۸	باید ۴ افراز از ۵ افراز نوشته شود. هریک از افرازاها (۰/۲۵) مثال صفحه ۶۶	$\{1,2,3\}$ و $\{2,3\}$ و $\{1,3\}$ و $\{2\}$ و $\{3\}$ و $\{1\}$ $\{1,2\}$ ، $\{2,3\}$ و $\{1,3\}$ ، $\{2\}$ و $\{3\}$ و $\{1\}$	۱
۹	الف) $(a,b)R(c,d), (c,d)R(e,f) \Rightarrow (a,b)R(e,f)$ ؟ $a=c$ (۰/۲۵) ، $c=e$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a=e$ (۰/۲۵) ب) $[(2,1)] = \{(a,b) (a,b)R(2,1)\} = \{(a,b) a=2\}$ (۰/۲۵)	مثال صفحه ۶۸	۱/۲۵
۱۰	(۰/۵)	مثال صفحه ۸۰	۰/۵
۱۱	الف) ۸ عضو. (۰/۲۵) ب) $A = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8), (5,10), (6,12), (7,14), (8,16)\}$ (۱/۲۵)	تمرین صفحه ۸۱	۱/۵
۱۲	$n(S) = 36$ (۰/۲۵) ، $A = \{(1,5), (2,4), (3,3), (4,2), (5,1)\}$ (۰/۷۵) $\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{5}{36}$ (۰/۲۵)	مثال صفحه ۸۴	۱/۲۵
۱۳	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{7}{2} (0/25) + \binom{4}{2} (0/25)}{\binom{11}{2} (0/25)} = \frac{27}{55}$	مثال صفحه ۸۶	۱
۱۴	$P(A) = \frac{\binom{20}{8} (0/5)}{2^{20} (0/5)}$	مثال صفحه ۹۰	۱
۱۵	$P(a) = P(c)$ ، $P(b) = 2P(a) \Rightarrow P(a) = \frac{1}{4}$ (۰/۲۵) ، $P(b) = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $P(a) + P(b) + P(c) = 1$ (۰/۲۵) $P(a \cup b) = \frac{3}{4}$ (۰/۲۵)	مثال صفحه ۹۸	۱/۲۵
ادامه در صفحه سوم			

ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۵ / ۰۳ / ۰۳	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۳۹۵	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	تمرین صفحه ۱۰۹ $a_S = 16 \quad (0/25)$ $a_A = 16 - 2 \times \left(\frac{1}{2} \times 1 \times 1\right) \quad (0/25)$ $P(A) = \frac{a_A}{a_S} = \frac{15}{16} \quad (0/25)$  $y = x + 3$ $y = x - 3$ (0/25)	۱۶
۱	صفحه ۱۲۰ A: بر ۳ بخش پذیر بودن و B: بر ۵ بخش پذیر بودن $P(A) = \frac{\left[\frac{40}{3}\right]}{40} = \frac{13}{40} \quad (0/25), \quad P(A \cap B) = \frac{\left[\frac{40}{15}\right]}{40} \times \frac{2}{40} \quad (0/25) \Rightarrow \underbrace{P(A - B) = P(A) - P(A \cap B)}_{(0/25)} = \frac{11}{40} \quad (0/25)$	۱۷
۲۰	جمع نمره	« موفق باشید »

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۰۶/۰۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵			
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			

توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. (الف) استدلال استنتاجی (ب) مثال نقض	۱
۲	با استفاده از اصل استقرا، برای هر عدد طبیعی n ثابت کنید: $\frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \frac{1}{3 \times 4} + \dots + \frac{1}{n(n+1)} = \frac{n}{n+1}$	۱/۷۵
۳	هر یک از احکام زیر را به روش خواسته شده اثبات کنید. (الف) برای هر دو عدد حقیقی مثبت x, y نشان دهید: $x + y \geq 2\sqrt{xy}$ (اثبات بازگشتی) (ب) اگر n عدد صحیح و n^2 فرد باشد، n نیز فرد است. (برهان خلف)	۱/۷۵
۴	۱۳ نفر در یک میهمانی حضور دارند. نشان دهید حداقل دو نفر از آن ها در یک ماه متولد شده اند.	۱
۵	مجموعه $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 \leq 4\}$ را با اعضا بنویسید.	۱/۲۵
۶	مجموعه های $A = \{-1, 0\}$ ، $B = \{1, 2\}$ و $C = \{(0,0), (0,1), (0,2)\}$ را در نظر بگیرید. مجموعه $(A \times B) - C$ را با اعضا مشخص کنید.	۱/۵
۷	اگر A و B دو مجموعه باشند، به کمک جبر مجموعه ها ثابت کنید: $A - (A \cap B) = A - B$	۱/۵
۸	رابطه R بر روی مجموعه اعداد حقیقی به صورت $xRy \Leftrightarrow x \leq y$ تعریف شده است. با ذکر دلیل بررسی کنید این رابطه کدام یک از خاصیت های بازتابی، تقارنی و تعدی را دارد.	۱/۲۵
۹	هر یک از ارقام ۱ تا ۱۴ را روی یک کارت نوشته و کارت ها را مخلوط می کنیم و به تصادف یک کارت بر می داریم. در این صورت به سؤالات زیر پاسخ دهید. (الف) فضای نمونه ای این آزمایش تصادفی چند عضو دارد؟ (ب) پیشامد A که در آن عدد روی کارت عددی اول و کوچکتر از ۱۰ باشد را با اعضا بنویسید.	۱/۵
۱۰	اگر A و B دو پیشامد در فضای نمونه ای S باشند، با رسم نمودار ون، پیشامد " A یا B یا هر دو اتفاق بیفتد." را نمایش دهید.	۰/۵
۱۱	از بین ۱۸ دانش آموز که ۱۱ دانش آموز پایه اول و ۷ دانش آموز پایه دوم هستند، ۶ نفر به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال آن را بیابید که ۴ دانش آموز پایه اول و ۲ دانش آموز پایه دوم باشند.	۱
۱۲	با ارقام ۲، ۳، ۶، ۷، ۹ و به صورت تصادفی عددی ۴ رقمی (بدون تکرار) به وجود می آید. احتمال آن که عدد ساخته شده زوج باشد را بیابید.	۱/۲۵
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»		

سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵/۰۶/۰۳	تعداد صفحه: ۲
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

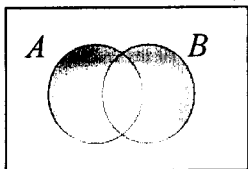
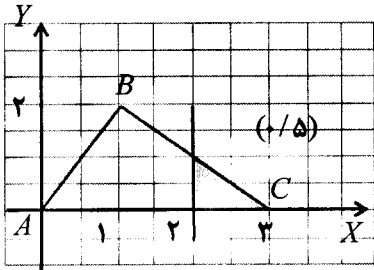
توجه: استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی، جذر و درصد) بلامانع است.

ردیف	سؤالات	نمره
۱۳	یک تاس به گونه ای ساخته شده است که احتمال وقوع هر عدد فرد دو برابر احتمال وقوع هر عدد زوج است. در پرتاب این تاس احتمال آن که عدد ظاهر شده بزرگتر از ۴ باشد را بیابید.	۱/۵
۱۴	یک نقطه مانند (x, y) را به طور تصادفی بر روی مثلثی با راس های $A = (0, 0)$, $B = (1, 2)$, و $C = (3, 0)$ انتخاب می کنیم. احتمال پیشامدی را محاسبه کنید که در آن $x \geq 2$ باشد.	۱/۲۵
۱۵	در یک دبیرستان احتمال آن که دانش آموزی عضو تیم والیبال باشد ۲۴٪ و عضو تیم هندبال باشد ۳۳٪ است و احتمال آن که دانش آموزی حداقل عضو یکی از این دو تیم باشد، ۲۹٪ است. احتمال آن که دانش آموزی عضو هر دو تیم باشد را به دست آورید.	۱
۱۶	از مجموعه $S = \{1, 2, 3, \dots, 50\}$ عددی به تصادف انتخاب می کنیم. احتمال این که عدد انتخابی بر ۷ بخش پذیر باشد، چقدر است؟	۱
۲۰	جمع نمره	۲۰
« موفق باشید »		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۸ صبح
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۵ / ۰۶ / ۰۳	
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) روش نتیجه گیری با استفاده از حقایقی که درستی آن ها را پذیرفته ایم. (۰/۵) صفحه ۱۶ ب) مثالی که نشان دهد نتیجه گیری کلی غلط است. (۰/۵) صفحه ۱۹	۱
۲	تمرین صفحه ۱۲ $n=1 \Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} = \frac{1}{1+1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$ $n=k \Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} = \frac{k}{k+1} \quad (۰/۲۵)$ $n=k+1 \Rightarrow \frac{1}{1 \times 2} + \frac{1}{2 \times 3} + \dots + \frac{1}{k(k+1)} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \quad (۰/۲۵)$ $\frac{k}{k+1} + \frac{1}{(k+1)(k+2)} = \frac{1}{(k+1)} \left(\frac{k}{k+2} + \frac{1}{k+2} \right) = \frac{1}{(k+1)} \left(\frac{k+1}{k+2} \right) = \frac{(k+1)}{(k+1)(k+2)} = \frac{k+1}{k+2} \quad (۰/۲۵)$	۱/۷۵
۳	الف) $(x+y)^2 \geq 4xy \quad (۰/۲۵) \Rightarrow x^2 + y^2 + 2xy \geq 4xy \Rightarrow x^2 + y^2 - 2xy \geq 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow (x-y)^2 \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ رابطه بدیهی است و تمامی مراحل بازگشت پذیر است. (۰/۲۵) صفحه ۲۱ ب) فرض کنیم n زوج باشد. $n=2k \quad (۰/۲۵)$ پس $n^2 = 2(2k^2) \quad (۰/۲۵)$ و این با فرد بودن n^2 تناقض دارد. (۰/۲۵) پس فرض خلف باطل است. تمرین صفحه ۲۸	۱/۷۵
۴	۱۳ (تعداد دانش آموزان) تعداد کبوتر (۰/۲۵) و ۱۲ (تعداد ماه های سال) تعداد لانه است (۰/۲۵). $12 \times 1 + 1 = 13 \quad (۰/۲۵)$ طبق اصل لانه کبوتری حداقل دو نفر در یک ماه متولد شده اند. (۰/۲۵) تمرین صفحه ۳۰	۱
۵	$A = \{-2, -1, 0, 1, 2\}$ هر عضو (۰/۲۵) تمرین صفحه ۴۲	۱/۲۵
۶	تمرین صفحه ۵۹ $A \times B = \{(-1, 1), (-1, 2), (0, 1), (0, 2)\} \quad (۱)$ $(A \times B) - C = \{(-1, 1), (-1, 2)\} \quad (۰/۵)$	۱/۵
۷	$A - (A \cap B) = \underbrace{A \cap (A \cap B)'}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{A \cap (A' \cup B')}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{((A \cap A') \cup (A \cap B'))}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\phi \cup (A - B)}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{A - B}_{(۰/۲۵)}$ تمرین ۱۰ صفحه ۵۶	۱/۵
۸	واضح است که $a \leq a$. لذا خاصیت بازتابی دارد. (۰/۲۵) اگر $a \leq b$ باشد، لزومی ندارد که $b \leq a$ (۰/۲۵). در نتیجه این رابطه خاصیت تقارنی ندارد. (۰/۲۵) (در صورتی که دانش آموز با ارائه مثال نیز این مطلب را رد کرد نمره کامل منظور شود.) اگر $a \leq b$ و $b \leq c$ باشد، واضح است که $a \leq c$ (۰/۲۵). در نتیجه این رابطه خاصیت تعدی دارد. (۰/۲۵)	۱/۲۵
ادامه در صفحه دوم		

راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: جبر و احتمال		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح	
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۵ / ۰۶ / ۰۳			
دانش آموزان روزانه، بزرگسالان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۵		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح				
نمره					
۹	الف) ۱۴ عضو دارد. (۰/۵) ب) هر عضو (۰/۲۵) $A = \{2, 3, 5, 7\}$ تمرینات ۱ و ۳ صفحات ۸۰ و ۸۱ ۱/۵				
۱۰	 (۰/۵) مشابه مثال صفحه ۸۰ ۰/۵				
۱۱	$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{11}{4} (0/25) \times \binom{7}{2} (0/25)}{\binom{18}{6} (0/25)}$ مثال صفحه ۸۶ ۱				
۱۲	$n(S) = 5 \times 4 \times 3 \times 2$ (۰/۵) , $n(A) = 4 \times 3 \times 2 \times 2$ (۰/۵) $\Rightarrow P(A) = \frac{2}{5}$ (۰/۲۵) تمرین ۴ صفحه ۹۱ ۱/۲۵				
۱۳	$P(1) + P(2) + \dots + P(6) = 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 2a + a + 2a + a + 2a + a = 1$ (۰/۲۵) $\Rightarrow a = \frac{1}{9}$ (۰/۲۵) $P(5) + P(6) = \frac{2}{9} + \frac{1}{9} = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۹۸ ۱/۵				
۱۴	$a_A = \frac{1}{2} \times 1 \times 1 = \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $a_S = \frac{1}{2} \times 2 \times 3 = 3$ (۰/۲۵) $P(A) = \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ (۰/۲۵) مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۰۷  ۱/۲۵				
۱۵	$P(V) = 0/24$, $P(H) = 0/33$ (۰/۲۵) , $P(V \cup H) = 0/29$ (۰/۲۵) $P(V \cup H) = P(V) + P(H) - P(V \cap H)$ (۰/۲۵) $0/29 = 0/24 + 0/33 - P(V \cap H) \Rightarrow P(V \cap H) = 0/28$ (۰/۲۵) مثال صفحه ۱۱۲ ۱				
۱۶	$n(S) = 50$ (۰/۲۵) , $n(A) = \left[\frac{50}{7} \right] = 7$ (۰/۵) $\Rightarrow P(A) = \frac{7}{50}$ (۰/۲۵) مثال ۵ صفحه ۸۵ ۱				
۲۰	جمع نمره «موفق باشید»				